Dinámica de la rotación

- Energía cinética de la rotación
- Inercia de rotación
- Torca que actúa sobre una partícula
- Dinámica de la rotación de un cuerpo rígido
- Movimientos de rotación y de traslación combinados

Dinámica de la rotación

- La rotación depende del lugar donde se aplica la fuerza

- La cantidad en la dinámica de la rotación que toma en cuenta la fuerza y el lugar de aplicación se llama ***torca***

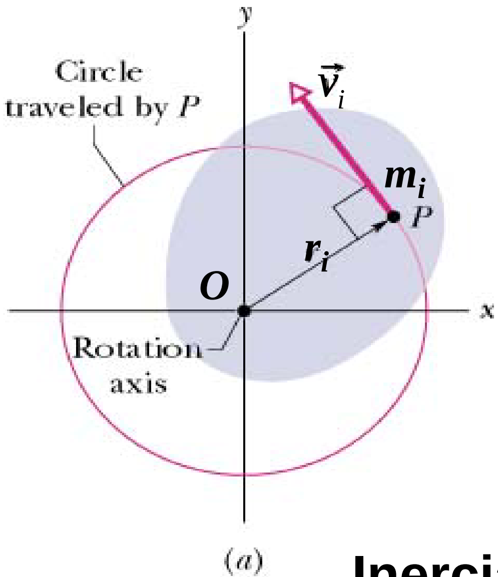
- El esfuerzo necesario para poner a un cuerpo en rotacion depende de cómo este distribuida la masa del cuerpo

- La cantidad inercial que tiene en cuenta la distribución de la masa se llama ***inercia de la rotación***.

- Para la rotación podemos escribir:

fuerza = inercia x aceleración angular

Dinámica de la rotación



Energía cinética de la rotación

$$K = \sum_i \frac{1}{2} m_i v_i^2$$

$$K = \frac{1}{2}\left(\sum_i m_i r_i^2\right)\omega^2$$

Inercia de la rotación:

$$\boxed{I = \sum_i m_i r_i^2} \quad \boxed{I = \int r^2 dm} \quad \boxed{K = \frac{1}{2} I \omega^2}$$

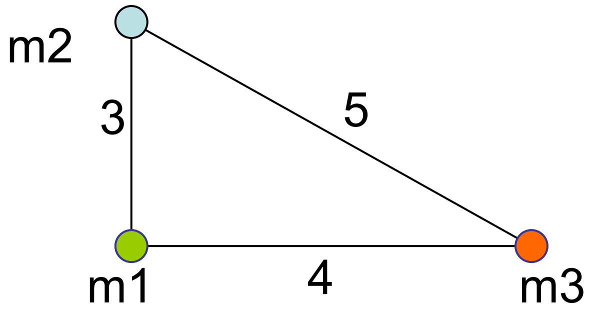
Dinámica de la rotación

Ejemplo 23.1:

Tres partículas de masa m1=2.3 kg, m2=3.2 kg, y m3=1.5kg están en los vértices de un triangulo rectángulo.

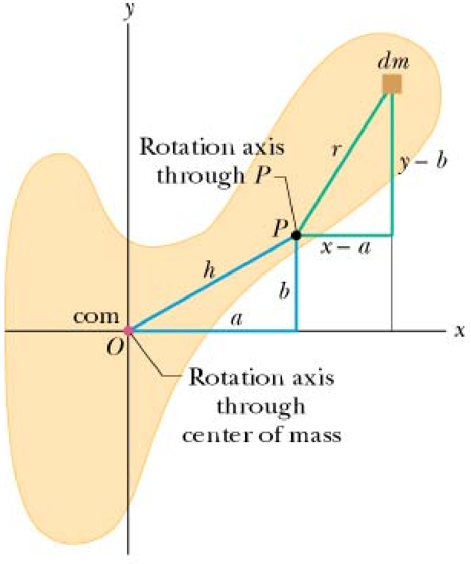
(a) Halle la inercia de rotación en torno a los ejes perpendiculares al plano xy que pasan a través de cada una de las tres partículas.

(b) Halle la inercia de rotación en torno a un eje perpendicular al plano xy y que pasa por el centro de masa.



Dinámica de la rotación

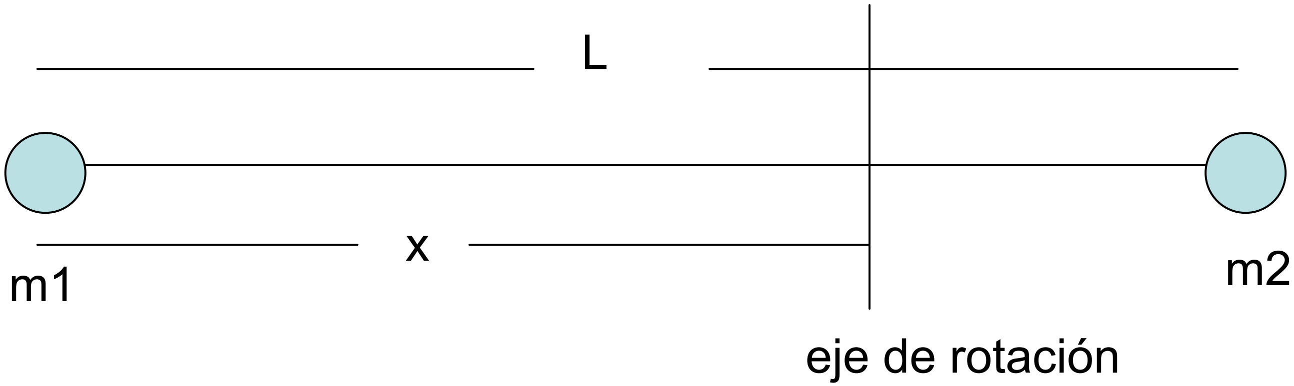
La inercia de rotación de cualquier cuerpo en torno a un eje arbitrario es igual a la inercia de rotación alrededor de un eje paralelo que pase por el centro de masa mas la masa total por la distancia entre los dos ejes elevada al cuadrado.



Dinámica de la rotación

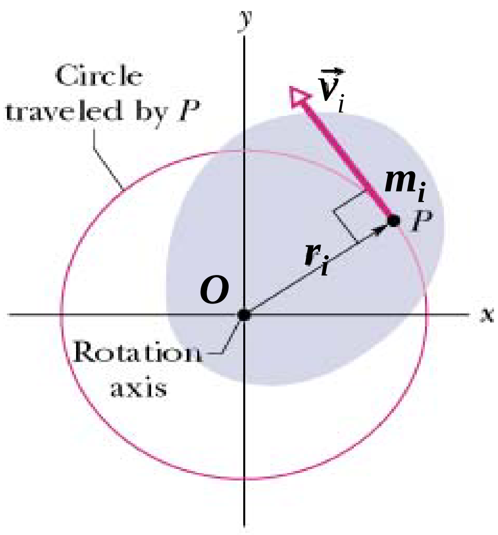
Ejemplo 23.2:
El objeto mostrado en la figura consta de dos partículas de masa m1 y m2 unidas por una varilla rígida de longitud L.

a) Despreciando la masa de la varilla, halle la inercia de rotación I de este sistema para las rotaciones de este objeto alrededor un eje perpendicular a la varilla y a una distancia x de m1.
b) Demuestre que I es mínima cuando $x=x_{cm}$



Dinámica de la rotación

Energía cinética de la rotación



(a)

$$K = \sum_i \frac{1}{2} m_i v_i^2$$

$$K = \frac{1}{2}\left(\sum_i m_i r_i^2\right)\omega^2$$

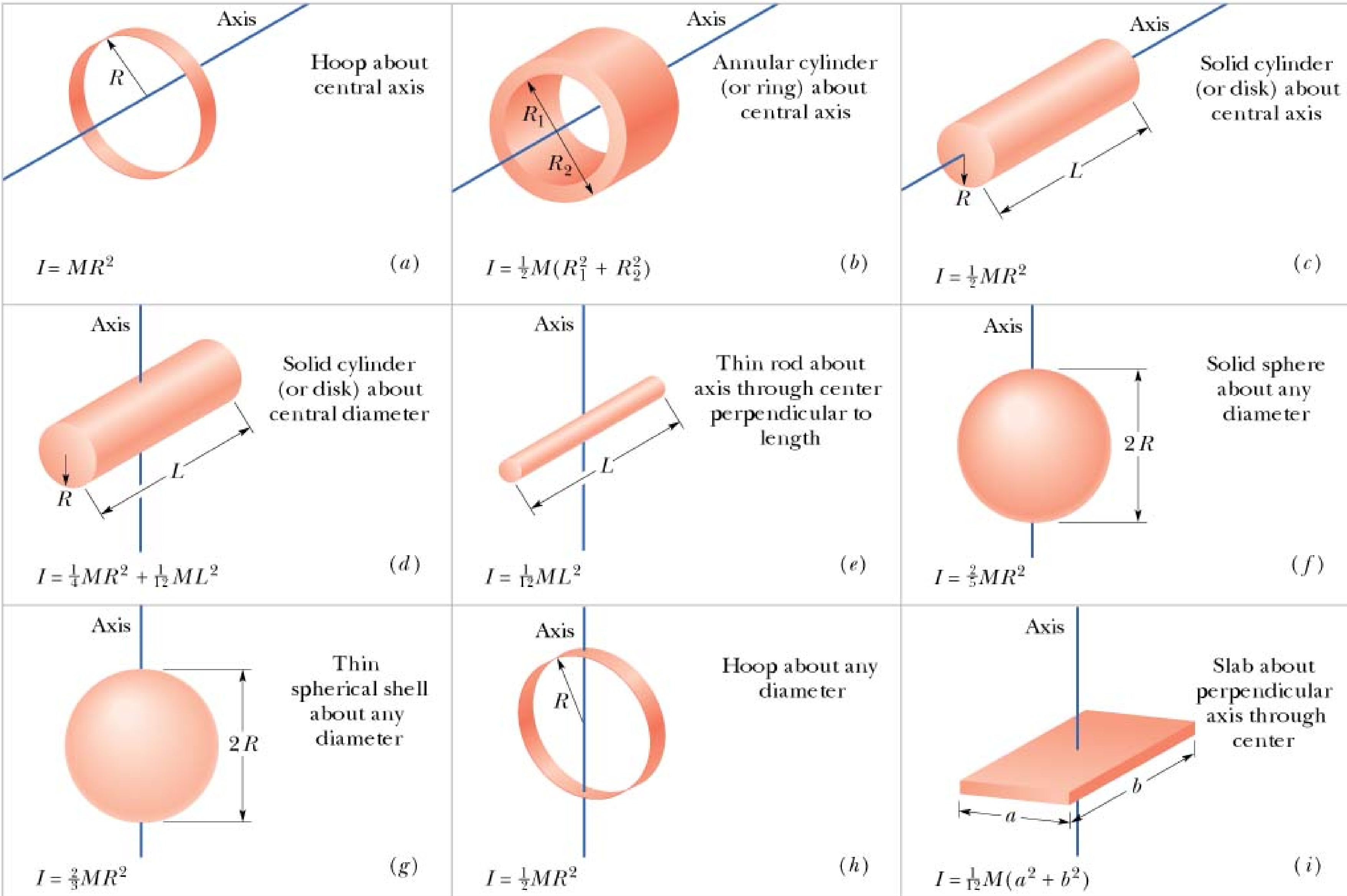
Inercia de la rotación:

$$\boxed{I = \sum_i m_i r_i^2}$$

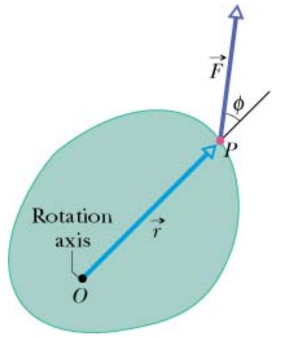
$$\boxed{I = \int r^2 dm}$$

$$\boxed{K = \frac{1}{2} I \omega^2}$$

$$\boxed{I = \int r^2 dm}$$

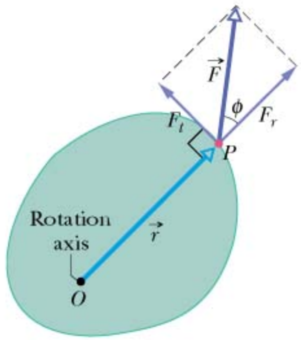


Dinámica de la rotación



(a)

Torca



(b)

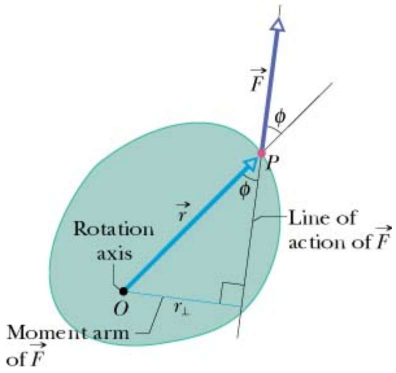
- Fuerzas radiales no resultan en rotación

- Fuerzas aplicada al origen tampoco producen una aceleración angular

- La fuerza tangencial hace la rotación!

- Definición de la torca:

$$\tau = r \times F$$



(c)

Dinámica de la rotación

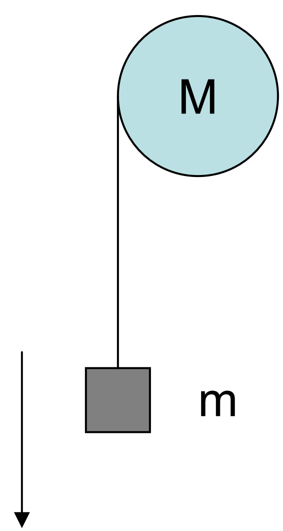
Ejemplo 23.3:
Un péndulo consta de un cuerpo de masa m en el extremo de una varilla rígida de longitud L y masa despreciable.

a) Cual es la magnitud de la torca de la gravedad en el instante en que el péndulo se desplaza a través de un ángulo Φ?
b) Cual es la dirección de la torca? Depende su dirección de que el péndulo se desplace de la vertical?

Dinámica de la rotación

Ejemplo 23.4:

Un disco uniforme de masa M y radio R montado en un eje horizontal fijo sin fricción. Un bloque de masa m cuelga de un cordón que pasa alrededor del borde del disco. Halle la aceleración del bloque, la tensión en el cordón, y la aceleración angular del disco.



Dinámica de la rotación

mov. lineal		rotación
x	$\leftrightarrow$	θ
v	$\leftrightarrow$	ω
a	$\leftrightarrow$	α
$v = v_0 + at$	$\leftrightarrow$	$\omega = \omega_0 + \alpha t$
$x = x_o + v_o t + \frac{at^2}{2}$	$\leftrightarrow$	$\theta = \theta_o + \omega_o t + \frac{\alpha t^2}{2}$
$v^2 - v_o^2 = 2a\left(x - x_o\right)$	$\leftrightarrow$	$\omega^2 - \omega_o^2 = 2\alpha\left(\theta - \theta_o\right)$
$K = \frac{mv^2}{2}$	$\leftrightarrow$	$K = \frac{I\omega^2}{2}$
m	$\leftrightarrow$	I
$F = ma$	$\leftrightarrow$	$\tau = I\alpha$
F	$\leftrightarrow$	τ
$P = Fv$	$\leftrightarrow$	$P = \tau\omega$